

Autour d'un modèle simplifié



Yohan Penel^{1,2}

Olivier Lafitte²

Stéphane Dellacherie¹

¹ Commissariat à l'Énergie Atomique (CEA), Laboratoire d'Études Thermiques des Réacteurs (LETR), Centre de Saclay, DEN/DANS/DM2S/SFME, 91191 Gif-sur-Yvette, France

² Laboratoire d'Analyse, Géométrie et Applications (LAGA), Université Paris 13, 93430 Villetaneuse, France

yohan.penel@cea.fr

lafitte@math.univ-paris13.fr

stephane.dellacherie@cea.fr



Contexte

Dans un contexte d'études nucléaires, on s'intéresse à un système d'équations aux dérivées partielles modélisant l'écoulement de deux fluides compressibles et non miscibles en domaine borné. Ce système, appelé **Diphasic Low Mach Number** (DLMN, [1, 2]), est un couplage entre différentes EDPs sur les variables de vitesse, de température, de pression et sur la fraction massique de la phase gazeuse (dans la formulation choisie) sous l'hypothèse d'un **nombre de Mach très faible**.

L'étude de ce système comporte un certain nombre d'étapes, allant de l'analyse théorique aux simulations numériques. Afin de valider les raisonnements et les codes numériques progressivement, on construit à partir de ce modèle deux sous-systèmes par des simplifications mathématiques (modèles DLMN-P, [2], et ABV, [3]). Si leur structure est plus simple, l'analyse qui doit en être faite est comparable, avec toutefois une résolution plus immédiate. C'est pourquoi les outils mis en œuvre dans l'étude des systèmes simplifiés sont les mêmes que pour DLMN, ce qui rend ces études autant utiles que fondamentales pour le problème qui nous intéresse.

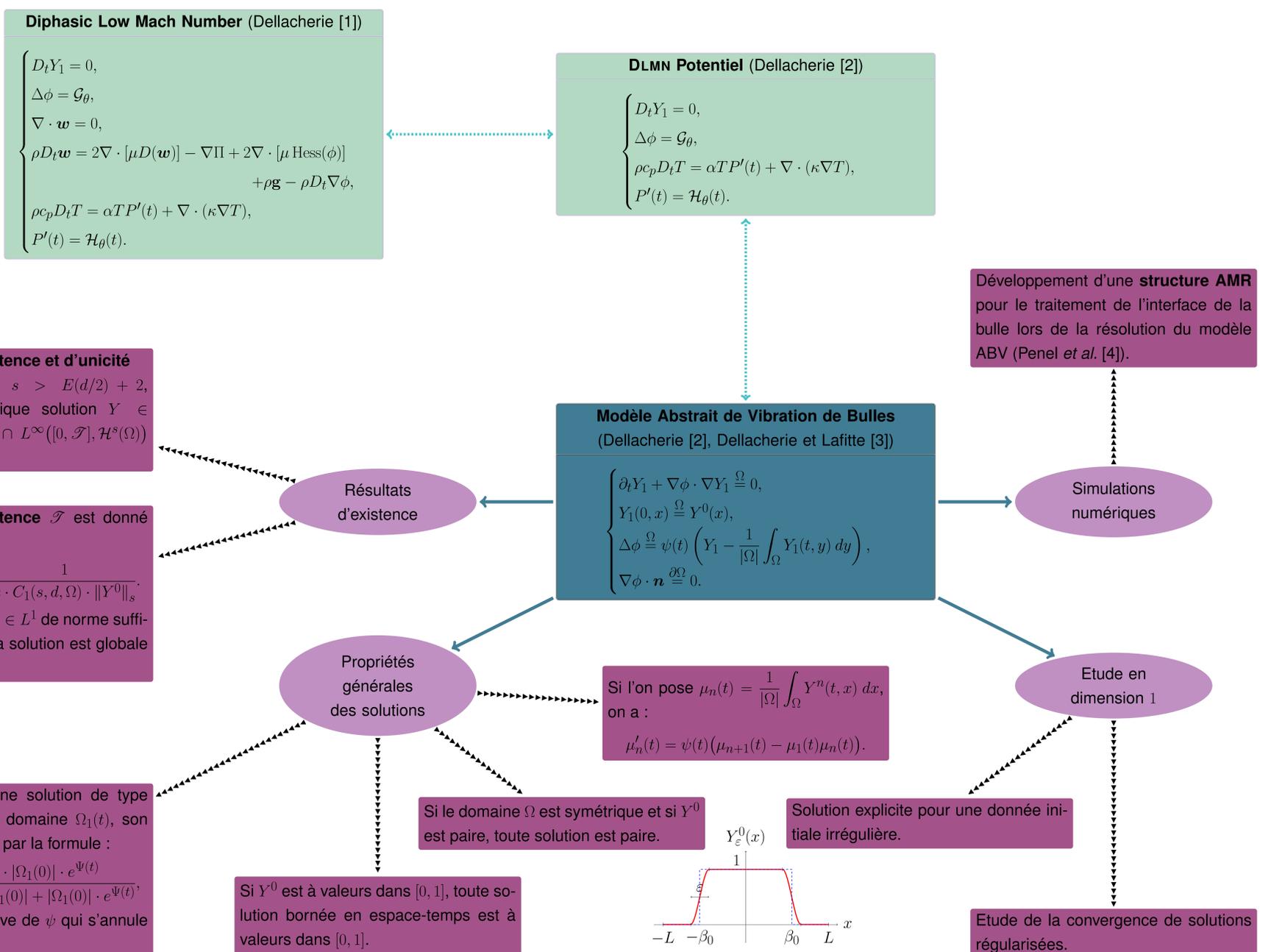
On présente dans ce poster l'étude du modèle **Abstrait de Vibration de Bulles** (ABV), qui est un couplage entre une équation de Poisson (elliptique) et une équation d'advection-diffusion (hyperbolique). Le modèle ABV résulte d'une modification du système DLMN-P qui lui fait perdre tout sens physique. Les simulations fournissent cependant des résultats qualitatifs remarquables. L'étude de ce système, à l'image de ce que peut être l'analyse numérique de tout ensemble d'équations aux dérivées partielles, comprend :

- la **recherche théorique de solutions** dans des espaces fonctionnels variés, en se rapprochant du cadre physique sous-jacent ;
- l'**étude de cas particuliers** comme des symétries ou le cas de la dimension 1 qui permet de comprendre le mécanisme de propagation de l'information grâce à des calculs explicites ;
- une **étape numérique** classique avec le choix des schémas pour chacune des équations, du couplage numérique, et la prise en compte de la spécificité du problème, à savoir dans le cas présent, le traitement de l'interface infiniment mince des bulles.

En particulier, on améliore la preuve du résultat d'existence et d'unicité en temps court, en optimisant les estimations et les expressions des constantes afin d'exprimer le temps d'existence. D'autre part, on établit certaines propriétés algébriques des solutions éventuelles pour le cas où $Y^0 : \Omega \rightarrow [0, 1]$ qui correspond à la contrainte à appliquer à une fraction massique.

Schéma des analyses en cours

On introduit les notations inhérentes à la modélisation. On se place dans un domaine $\Omega \subset \mathbb{R}^d$, ($d \in \{1, 2, 3\}$), que l'on suppose borné et régulier. $\mathbf{u} = \mathbf{w} + \nabla\phi$ est le champ de vitesse global écrit sous sa forme décomposée de Hodge, Y_1 est la fraction massique de la phase gazeuse, T la température, P la pression (qui dans l'approximation choisie ne dépend que du temps), $\theta = (Y_1, T, P)$ et ρ la masse volumique. D_t désigne la dérivée lagrangienne et $D(\mathbf{w})$ le tenseur de déformation associée au champ de vitesse \mathbf{w} .



Références

[1] DELLACHERIE, S. (2005). On a diphasic low mach number system. *ESAIM : M2AN*, 39(3):487–514.

[2] DELLACHERIE, S. (2007). Numerical resolution of a potential diphasic low Mach number system. *Journal of Computational Physics*, 223(1):151–187.

[3] DELLACHERIE, S. et LAFITTE, O. (2005). Existence et unicité d'une solution classique à un modèle abstrait de vibration de bulles de type hyperbolique - elliptique. *Publication du Centre de Recherches Mathématiques de Montréal (Canada), CRM-3200*.

[4] PENEL, Y., MEKKAS, A., DELLACHERIE, S., RYAN, J. et BORREL, M. (2009). Application of an AMR Strategy to an abstract Bubble Vibration Model. *19th AIAA Comp. Fluid Dyn. Conf. Proc.*